

光速抑制法

牧野淳一郎

研究室セミナー (2014/3/5)

注意

- これはほぼ思い付きだけの話です
- 定式化レベルで上手くいくものかどうか検討必要

話の構成

- どのような話か
- 背景と動機
- 定式化(までいってない)
- 色々

どうい話か

- 輻射伝達を解くのに、「光速がガスの運動速度に比べて10倍くらいしか速くない」としたらなんかいいことはないか？
- 分野5シンポジウムで6次元ボルツマン(ニュートリノ輸送)の話と音速抑制法の話(堀田君)をきいて、そのあと齋藤君とだべってたらでてきた話
- ほぼ思い付きレベル

背景と動機

- 輻射伝達の計算はとても大変で、色々なところで必ずしも実用になっていない
- その理由は多分2つ
 - 光子の分布関数を考えると、6次元になって偏微分方程式をそのまま解くとメモリ・計算量爆発
 - 光学的に厚いところで計算が破綻：速度空間での拡散項が大きいので、陽解法ではタイムステップが短くなる。陰解法だと性質の悪い行列を解く必要があって計算量的にもメモリの的にも破綻

というようなところで大変ですという話を課題3の長倉君がしていた。(なんとか上手くできそう、という話ではあったけど)

もうちょっと具体的に

とりあえず、物質は相対論的ではない話を考える。
格子流体でも SPH でも、ある流体素片の輻射の釣り合い

- 自分が出す (普通等方的)
- どっかからきたものを吸収する
- どっかからきたものを散乱する

輻射平衡: これらが釣り合う。なぜ釣り合うか: 光子の速度が速いため

3次元で、輻射の方向も考えて計算するのは難しい。使われている方法

- FLD, M1-closure (FLD は拡散近似、M1 は角度の1次のモーメントを出す)
- モンテカルロ: 流体要素からランダムに光子飛ばして、吸収・散乱を追跡
- ART, START: 流体要素間相互作用にして、ツリーで計算量減らす

原理と実際

原理的には

- モンテカルロはそんなに悪くない: 計算精度 $\propto \sqrt{\text{計算量}}$
- 自明な並列性もある

難点

- 光線追跡なので、空間光子をあまり規則的ではなくアクセス
- メモリアクセスあたりの計算量少ない
- 例えば H₂ 領域の境界とかが綺麗にならない(ゆらぎがある)

実行効率は大きな問題

輻射平衡の逆の極限

- 輻射平衡: 光速無限大の極限
- 音速無限とか、慣性項ゼロとかと数学的には同じ。本来双曲型の方程式の定常解から楕円型になる。
- そうすると、逆方向の近似もありえるはず (聞いたことないが)
- 光速をすごく遅くする
- 輻射平衡の近似ができるなら振舞いは同じはず: 流体の運動よりも光速がある程度速ければ十分はず。

ミクロな物理

光子の振舞いの記述:

- プランク関数に従って発生
- 光速で進む
- 媒質のオパシティに従って、確率的に吸収・散乱

これは光速がなんでも同じ。なので、光子がゆっくり進んでも大丈夫。

但し、光学的厚さがものすごく大きいと、光子の振舞いは拡散的になる。この時は拡散係数が同じになる必要があるはず？

光子がゆっくり進む時の計算法

こんな感じにできないか。

1. 輻射のタイムステップ毎に以下を繰り返し (独立時間刻みも可能)
2. プランク関数に従って発生
3. 全ての光子が「光速」で進む
4. 媒質のオパシティに従って、確率的に吸収・散乱

タイムステップ毎に光子が進む距離の光学的厚さが1以下なら、多分どこもおかしなところはない。

なにが嬉しいか

- 同時に多数の光子がゆっくり動いているので、物質と光子の相互作用が多対多になる。
- このために、計算の効率が非常に良くなる。
- また、陽解法なので簡単

光学的に厚いところ

- 原理的には、光学的に厚いところでも同じ定式化で大丈夫なはずだが、光子の実効的な速度が遅くなるので非常に沢山の光子がたまって計算が破綻するはず。
- また、平均散乱時間がタイムステップより短くなるので、1タイムステップの間に多数回散乱される。このため、速度の向きはあまり意味がなくて、光子の位置がランダム運動するだけ
- つまり、普通に拡散方程式を解くようにしたい。
- これは色々難しい気もする。オパシティが大きいところでは光子1つのエネルギーを大きくして数を減らすだけのほうがいいかもしれない。

まとめ

- 「光速抑制法」という名前を考えた。
- 輻射伝達を解くのに、光速を遅くし、輻射平衡を仮定しないで光子の運動を解く。
- 正気の沙汰ではない気もするが、算数としてはおかしいところはないはず。
- モンテカルロ(「光子 N 体」)は簡単に実装できそう。
- 光学的に厚いところは工夫がいる感じ。